Matemática Básica

Aula 6

Prof. Nelson Pereira Castanheira

Contextualização

- Volumes de sólidos geométricos
- Logaritmos

Volume de um Sólido

- Sólidos geométricos são corpos limitados por polígonos situados em planos distintos
- Tipos:
  - sólidos geométricos regulares
  - sólidos geométricos de revolução

- **Volume** (V) é a quantidade de espaço ocupado por um corpo
- Obs.: sua unidade no Sistema Internacional de unidades é o metro cúbico (m^3)

Logaritmos

- Definição: logaritmo de um número **N**, real e positivo, numa base **a**, positiva e diferente da unidade, é o expoente **x**, ao qual se eleva a base para obter uma potência igual ao número **N**

Simbolicamente:

logaritmando ou antilogaritmo

$\log_a N = x \Leftrightarrow a^x = N$

base

logaritmo de N na base a

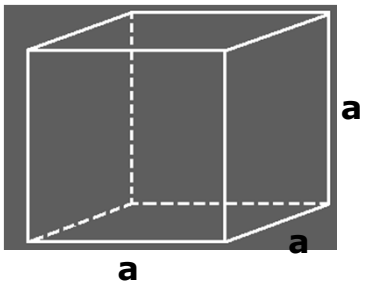
Instrumentalização

Volume de um Sólido

Cubo ou hexaedro regular

- Cubo é um sólido geométrico regular limitado por seis faces iguais e quadradas
- Também é chamado de hexaedro regular

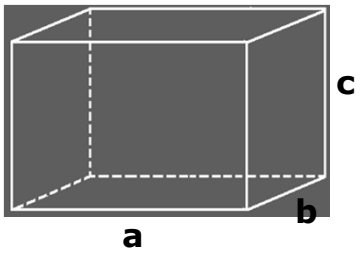
$V = a^3$



Paralelepípedo retângulo

- É um sólido geométrico de seis faces, duas a duas paralelas, todas com formato retangular. É também chamado de ortoedro ou de bloco retangular

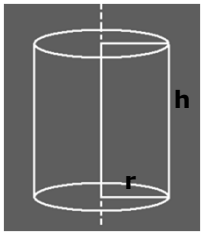
$V = a \cdot b \cdot c$



Cilindro

- É um sólido geométrico obtido a partir do giro de uma volta completa de um retângulo por um de seus lados, que será o eixo de rotação

eixo de rotação



$$V = S_B \cdot h$$

S_B = área da base do cilindro

Logaritmo

$$\log_a N = x \Leftrightarrow a^x = N$$

- Logaritmo decimal: é o logaritmo de base 10. Normalmente o logaritmo decimal não tem a sua base especificada

$$\log_{10} a = \log a$$

- Logaritmo natural: também chamado de logaritmo neperiano. Sua base é o número **e = 2,71828...** (número de Euler)

$$\log_e a = \text{Ln } a$$

Aplicação

Volume de um Sólido

- Qual é o volume de uma caixa quadrada que tem por lado 25 cm? Expresse esse volume também em metros cúbicos

Dados: a = 25 cm = 0,25 m

- Cálculo em cm^3:

$$V = a^3$$

$$V = (25\ cm)^3$$

$$V = 15625\ cm^3$$

- Cálculo em m^3:

$$V = a^3$$

$$V = (0,25\ cm)^3$$

$$V = 0,015625\ m^3$$

- Um engenheiro deseja construir uma caixa d'água em um prédio. As dimensões internas projetadas são:
  - comprimento = 6m
  - largura = 5 m
  - altura = 2,5 m

- Calcule o volume desta caixa d'água em metros cúbicos e em litros
- Dados:

$$a = 6\ m$$

$$b = 5\ m$$

$$c = 2,5\ m$$

- Cálculo em m^3:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 6\ m \cdot 5\ m \cdot 2,5\ m$$

$$V = 75\ m^3$$

- Cálculo da capacidade em litros:
  - **Para o cálculo da capacidade em litros deve-se lembrar que 1l = 1 dm³**
  - Dados:

$a = 60\ dm$

$b = 50\ dm$

$c = 25\ dm$

- Cálculo em litros:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 60\ dm \cdot 50\ dm \cdot 25\ dm$$

$$V = 75000\ l$$

- Uma lata de refrigerante tem formato cilíndrico com 6,5 cm de diâmetro e 12 cm de altura. Qual a capacidade máxima de líquido que as latas de refrigerante podem armazenar, em mililitros?

- Dados:

$d = 6,5\ cm$

$h = 12\ cm$

$\pi = 3,14$

- Como $d = 6,5\ cm \Rightarrow r = 3,25\ cm$
- Cálculo da área da base:

$$S_B = \pi \cdot r^2$$

$$S_B = 3,14 \cdot (3,25\ cm)^2$$

$$S_B = 3,14 \cdot 10,5625\ cm^2$$

$$S_B = 33,16625\ cm^2$$

- Cálculo do volume (em cm^3):

$$V = S_B \cdot h$$

$$V = 33,16625\ cm^2 \cdot 12\ cm$$

$$V = 397,995\ cm^3$$

- Cálculo do volume (em ml):
  - como 1 ml = 1 cm^3, vem:

$V = 397{,}995\ cm^3$

$V = 397{,}995$ ml

Logaritmos

- Calcular o valor dos logaritmos dados

1. $\log_2 8 = x$

$2^x = 8$

$2^x = 2^3$

$x = 3$

8	2
4	2
2	2
1	2^3

Logaritmos – Propriedades

1. O logaritmo da unidade em qualquer base é nulo

$$\log_a 1 = 0 \Leftrightarrow a^0 = 1$$

2. O logaritmo da base é sempre igual a 1

$$\log_a a = 1 \Leftrightarrow a^1 = a$$

3. O logaritmo de uma potência da base é igual ao expoente

$$\log_b b^x = x \Leftrightarrow b^x = b^x$$

4. Dois logaritmos em uma mesma base são iguais se, e somente se, os logaritmandos forem iguais

$$\log_b a = \log_b c \Leftrightarrow a = c$$

1. Logaritmo de um produto:

$$\log_b (a \cdot c) = \log_b a + \log_b c$$

2. Logaritmo de um quociente:

$$\log_b (a : c) = \log_b a - \log_b c$$

3. Logaritmo de uma potência:

$$\log_b a^n = n \cdot \log_b a$$

Exemplos:

- Sendo log 2 = 0,3010 calcule:

$$\log 200 = \log (2 \cdot 100) =$$

$$\log 2 + \log 100 = 0{,}3010 + 2 = 2{,}3010$$

- Obs.: $\log_{10} 100 = x$

$$10^x = 100 \rightarrow 10^x = 10^2 \rightarrow x = 2$$

Síntese

Volume de um Sólido

- Sólidos geométricos são corpos limitados por polígonos situados em planos distintos
- Tipos:
  - sólidos geométricos regulares
  - sólidos geométricos de revolução

- Volume (V) é a quantidade de espaço ocupado por um corpo
- Obs.: sua unidade no Sistema Internacional de unidades é o metro cúbico (m^3)

Logaritmos

- Definição: logaritmo de um número **N**, real e positivo, numa base **a**, positiva e diferente da unidade, é o expoente x, ao qual se eleva a base para obter uma potência igual ao número **N**

Simbolicamente:

logaritmando ou antilogaritmo

$$\log_a N = x \Leftrightarrow a^x = N$$

base

logaritmo de N na base a

Referências de Apoio

- CABRAL, Luiz Claudio; NUNES, Mauro César. **Raciocínio Lógico passo a passo:** ESAF. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012.
- CASTANHEIRA, N. P.; LEITE, E. **Desmistificando a matemática.** v. I. Curitiba: Intersaberes, 2014.

- CASTANHEIRA, N. P.; MACEDO, L. R. D. de; ROCHA, Alex. **Tópicos de matemática aplicada.** Curitiba: Intersaberes, 2006.
- SÁ, Ilydio Pereira de. **Raciocínio lógico**: concursos públicos/ formação de professores (teoria, questões comentadas, exercícios propostos). Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2008.